

MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ

**PROGRAM
LICEUM OGÓLNOKSZTAŁCĄCEGO
oraz
LICEUM ZAWODOWEGO I TECHNIKUM

MATEMATYKA**

**dodruk programu
nr DKO 2-4015-24/90**



**WARSZAWA 1994
WYDAWNICTWA SZKOLNE I PEDAGOGICZNE**



MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ

**PROGRAM
LICEUM OGÓLNOKSZTAŁCĄCEGO
oraz
LICEUM ZAWODOWEGO I TECHNIKUM

MATEMATYKA**

WARSZAWA 1990
WYDAWNICTWA SZKOLNE I PEDAGOGICZNE

Program zatwierdzony do realizacji od roku szkolnego 1990/91 w klasach I-IV liceum ogólnokształcącego, w klasach I-IV i I-V liceum zawodowego, w klasach I-V technikum, w klasach I-II technikum na podbudowie szkoły zasadniczej (w kl. III od roku szkolnego 1991/92) — zarządzeniem ministra edukacji narodowej nr 11 z dnia 22 marca 1990 roku, (Dz. Urz. MEN nr 3 z 1990 roku, poz. 13)

Nr programu DKO 2-4015-24/90



371.2(073)

3279/4 / c

ISBN 83-02-04582-9

© Copyright by
Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne
Warszawa 1990

UWAGI WSTĘPNE

Mamy budować nowy ład w Polsce, ład, który sprzyja postawom twórczym i poczuciu odpowiedzialności. Jednym z warunków, by to osiągnąć, jest budowanie takiej szkoły, w której i nauczyciel i uczeń mogą pracować w sposób twórczy i odpowiedzialny.

Nie można w tej chwili zmienić sytuacji materialnej szkół, nie można w tak krótkim czasie opracować nowych podręczników. Ale można i trzeba zacząć budować szkołę bardziej racjonalną, bardziej — niż dotychczas — przyjazną i dla nauczyciela, i dla ucznia.

Jedną z dróg prowadzących do tego celu jest ograniczenie zakresu obowiązujących treści programowych. Nie chodzi tu o zmniejszenie wysiłku ucznia, ale o to, by wysiłek ten stał się racjonalny i twórczy.

Nauczyciele i pracownicy nadzoru pedagogicznego, a także rodzice i uczniowie zgodnie stwierdzali, że programy w dotychczasowym kształcie były nie do zrealizowania, że ich przeładowanie, nadmiernie encyklopedyczny charakter prowadziły z jednej strony do nadmiernego przeciążenia uczniów, z drugiej zaś do uczenia bardzo powierzchownego. Pośpieszna tzw. "realizacja programu" zastępowała rzeczywiste, pogłębione uczenie i uczenie się.

Dlatego też Ministerstwo Edukacji Narodowej uznało za niezbędne dokonanie doraźnych zmian w programach nauczania przedmiotów ogólnokształcących.

Nowe, zmienione programy zawierają mniejszy niż dotychczas zakres treści i tylko ten zakres powinien być traktowany jako obowiązkowy. Wymaga to, oczywiście, by nauczyciel umiejętnie dostosował do tych treści korzystanie przez ucznia z niezmienionego podręcznika. Trzeba wskazać uczniowi, które fragmenty podręcznika zawierają informacje obowiązujące, które należy traktować jako uzupełniające lub w ogóle pominąć.

Ograniczenie programu ma na celu uwolnienie tak nauczyciela, jak i ucznia od ciągłego pośpiechu, będącego często źródłem stresów, a także nie sprzyjającego kształcącemu charakterowi nauczania.

Oczywiście same zmiany programowe nie spowodują realizacji tych celów, najwięcej zależy od nauczyciela — jego trudu i inwencji. Ale może odciążony program choć trochę ułatwi nauczycielowi pracę, stworzy większe możliwości, by spokojniej i prawdziwiej rozwijać zainteresowania poznawcze, rozumienie zjawisk i kształtowanie twórczego myślenia.

Podsumowując zwracamy uwagę na następujące sprawy:

1. Materiał nauczania zawiera treści programowe, które należy traktować jako obowiązkowe, ale od nauczyciela zależy stopień uszczegółowienia omawiania

poszczególnych tematów. Niektóre z nich można realizować w formie krótkiej informacyjnej wzmianki.

2. Kolejność realizacji działań i haseł, wymiar czasu przeznaczony na poszczególne tematy zależy od decyzji nauczyciela (i jego interpretacji treści programu).
3. Tematy nieobowiązkowe, tzw. treści fakultatywne są tylko propozycją; nauczyciel ma prawo odrzucić je w całości, realizować niektóre z nich w dowolnym zakresie lub wprowadzić inne.
4. Dobór form i metod pracy dydaktycznej zależy od nauczyciela, który dostosowuje je do potrzeb zespołu klasowego, wyposażenia szkoły, warunków organizacyjnych, a także własnych predyspozycji pedagogicznych. Głównym kryterium doboru form i metod pracy dydaktycznej powinna być możliwość efektywnej i skutecznej realizacji określonych programem celów kształcenia.
5. Podstawowym dokumentem organizującym pracę nauczyciela jest program nauczania. Podręcznik natomiast jest środkiem dydaktycznym pomocniczym tak dla nauczyciela, jak i ucznia, a nie wyłącznym i obowiązującym źródłem informacji.

Sprawom realizacji zmian programowych należy poświęcić posiedzenie rad pedagogicznych i ich komisji przedmiotowych.

Pracownicy nadzoru pedagogicznego oraz metodycy powinni wspólnie z nauczycielem szukać dróg takiego wykorzystania zmniejszenia zakresu materiału informacyjnego, by zapewnić lepsze warunki dla rozwoju każdego z uczniów.

CELE KSZTAŁCENIA

Matematyka jest jednym ze składników kultury ogólnoludzkiej, od starożytności stale w niej obecnym i wraz z nią rozwijającym się. Wszyscy ludzie posługują się matematyką na co dzień. Jako nauka o ogromnym dziedzictwie umysłu ludzkiego oraz intensywnym rozwoju dostarcza coraz bardziej nieodzownych narzędzi badań w zakresie nauk przyrodniczych, technicznych, ekonomicznych i społecznych. Jej wartości poznawcze i kształcące sprawiają, że jest jednym z głównych składników wykształcenia człowieka współczesnego.

Nauczaniu matematyki przypada wiodąca rola w przyswajaniu przez uczniów wiedzy i opanowywaniu umiejętności potrzebnych do ilościowej oceny i opisu stosunków i zjawisk oraz stosowania metod matematycznych w rozwiązywaniu zagadnień. Powinno ono także służyć ogólnym celom kształcenia i wychowania młodzieży: wspomagać rozwój intelektualny, kształtować wartościowe postawy i przyczyniać się do wszechstronnego rozwoju osobowości. Winno pobudzać aktywność umysłową i rozwijać zdolności poznawcze, poszerzać horyzonty myślowe i kształcić umiejętność logicznego rozumowania, przyzwyczajając do wysiłku, dobrej organizacji pracy i wytrwałości, wyrabiać samodzielność, dociekliwość i krytycyzm. Przez uwzględnianie w materiale zadaniowym tematyki związanej z życiem społecznym i gospodarczym winno przyczyniać się do poznawania i rozumienia problematyki rozwoju kraju.

Uczeń powinien opanować wiadomości i umiejętności matematyczne przewidziane w programie oraz nauczyć się stosować je w rozwiązywaniu zagadnień teoretycznych i praktycznych. Przyswajanie wiadomości i umiejętności winno sprzyjać rozwijaniu zainteresowań matematyką i jej zastosowaniami oraz pogłębiać rozumienie jej znaczenia dla ludzi. Uczeniu się matematyki winno towarzyszyć kształcenie umiejętności korzystania z opracowań podręcznikowych i rozwijanie zamiłowania do czytelnictwa.

MATERIAŁ NAUCZANIA

PROFIL PODSTAWOWY, BIOLOGICZNO-CHEMICZNY I PEDAGOGICZNY KLASY I—IV oraz TECHNIKUM, KLASY I—III

KLASA I (4 godziny tygodniowo)

1. Liczby rzeczywiste

Usystematyzowanie i pogłębienie wiadomości o liczbach: zbiór liczb całkowitych z działaniami, zbiór liczb wymiernych z działaniami. Gęstość zbioru liczb wymiernych. Zbiór liczb rzeczywistych; oś liczbową, istnienie liczb niewymiernych. Zbiory ograniczone i zbiory nieograniczone. Przedziały domknięte i przedziały otwarte. Wartość bezwzględna; określanie przedziałów za pomocą wartości bezwzględnej.

2. Funkcje i ich własności

Funkcja jako przyporządkowanie. Przykłady funkcji liczbowych i funkcji nie-liczbowych, na przykład przekształcenia geometryczne. Różnowartościowość funkcji. Przykłady funkcji odwrotnej od funkcji danej. Wykres funkcji liczbowej. Przesunięcia i przekształcenia symetryczne wykresów funkcji. Funkcje monotoniczne.

Funkcja liniowa, jej określenie i wykres, znaczenie współczynnika kąтового, związek z proporcjonalnością prostą. Równanie prostej na płaszczyźnie. Równania i nierówności stopnia pierwszego z jedną niewiadomą; zastosowanie w rozwiązywaniu zadań.

3. Układy równań liniowych.

Układy równań liniowych z dwiema i trzema niewiadomymi. Przykłady układów równań liniowych z większą liczbą niewiadomych. Interpretacja geometryczna układu dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi, układy równań mające tylko jedno rozwiązanie, mające nieskończenie wiele rozwiązań, nie mające rozwiązań. Nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi; interpretacja geometryczna. Zastosowanie układów równań w rozwiązywaniu zadań.

4. Funkcje trygonometryczne

Funkcje trygonometryczne kąta. Miara łukowa kąta. Określenie funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej, ich okresowość i wykresy. Wzory redukcyjne.

Funkcje parzyste, funkcje nieparzyste. Odczytywanie własności funkcji z jej wykresu. Korzystanie z tablic, kalkulatorów lub komputerów.

Zastosowanie funkcji trygonometrycznych w rozwiązywaniu zadań.

5. Figury geometryczne

Figury płaskie i figury przestrzenne. Prostokątny układ współrzędnych na płaszczyźnie i w przestrzeni. Odległość dwóch punktów. Odległość punktu od prostej. Długość odcinka. Okrąg i koło. Sfera i kula. Wzajemne położenia prostych i okręgów na płaszczyźnie. Wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie i w przestrzeni. Proste równoległe. Proste prostopadłe. Kąty. Wielokąty.

6. Przekształcenia geometryczne i własności figur

Wektory. Działania na wektorach.

Przekształcenia geometryczne. Przekształcenia płaszczyzny zachowujące odległość, izometrie.

Przesunięcie. Symetria osiowa. Oś symetrii figury. Symetralna odcinka. Dwusieczna kąta. Symetria środkowa. Środek symetrii figury. Obrót. Przystawianie figur. Cechy przystawiania trójkątów. Równoległobok. Konstrukcje geometryczne.

Kąty w kole. Okrąg wpisany w trójkąt, okrąg wpisany w wielokąt. Okrąg opisany na trójkącie, okrąg opisany na wielokącie. Wielokąty foremne.

Zadania konstrukcyjne.

7. Jednokładność i podobieństwo

Rzut równoległy. Stosunek odcinków, odcinki proporcjonalne. Twierdzenie Talesa. Jednokładność płaszczyzny. Podobieństwo figur. Podobieństwo trójkątów.

Zadania konstrukcyjne.

UMIĘJĘTNOŚCI

Wykonywanie obliczeń. Objaśnianie własności zbiorów liczbowych i działań w tych zbiorach oraz związku zbioru liczb rzeczywistych z osią liczbową. Opisywanie przedziałów za pomocą wartości bezwzględnej. Stosowanie obliczeń, równań, nierówności i układów równań liniowych w rozwiązywaniu zadań. Określanie funkcji i przekształcenia geometrycznego jako przyporządkowań. Określanie funkcji liniowej i funkcji trygonometrycznych, sporządzanie wykresów tych funkcji, badanie ich własności oraz stosowanie w rozwiązywaniu zadań. Wykonywanie działań na wektorach. Określanie: przesunięcia, symetrii osiowej, obrotu, jednokładności i podobieństwa oraz figur przystających i figur podobnych. Analizowanie położenia prostych i okręgów na płaszczyźnie oraz położenia prostych w przestrzeni. Konstruowanie odcinków, trójkątów i kątów przystających, prostych równoległych i prostych prostopadłych oraz trapezów, równoległoboków, prostokątów i rombów. Opisywanie okręgu na trójkącie i wpisywanie okręgu w trójkąt. Rozwiązywanie zadań konstrukcyjnych. Przeprowadzanie rozumowań dotyczących

liczb i wektorów oraz poznanych funkcji, przekształceń geometrycznych i figur geometrycznych. Formułowanie określeń i twierdzeń, twierdzeń odwrotnych oraz przeprowadzanie prostych dowodów. Posługiwanie się podręcznikiem, poradnikami, tablicami matematycznymi i urządzeniami do obliczeń.

KLASA II

(4 godziny tygodniowo)

1. Funkcje kwadratowe

Trójmian kwadratowy, jego postać kanoniczna i rozkład na czynniki liniowe. Funkcja kwadratowa i jej wykres.

Równania kwadratowe, suma i iloczyn pierwiastków. Nierówności kwadratowe, ilustracja graficzna. Równanie okręgu. Przykłady równań hiperboli i paraboli.

Układy dwóch równań z dwiema niewiadomymi, z których przynajmniej jedno równanie jest stopnia drugiego; interpretacja geometryczna. Zastosowanie równań, nierówności i układów równań w rozwiązywaniu zadań.

2. Wielomiany

Wielomian jednej zmiennej, wielomian wielu zmiennych, stopień wielomianu. Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów. Podzielność wielomianów. Pierwiastki wielomianu. Rozkładanie wielomianów na czynniki. Przykłady równań i nierówności.

3. Funkcje wymierne

Działania na wyrażeniach wymiernych. Pojęcie funkcji wymiernej. Wykresy niektórych funkcji wymiernych.

Równania i nierówności wymierne.

4. Ciągi

Zasada indukcji zupełnej i proste przykłady jej zastosowania. Ciągi liczb rzeczywistych. Określanie rekurencyjne ciągów. Ciąg arytmetyczny i ciąg geometryczny. Granica ciągu. Ciągi zbieżne. Zbieżność ciągu monotonicznego i ograniczonego. Szereg geometryczny zbieżny i jego suma jako granica ciągu sum częściowych. Rozwinięcia dziesiętne okresowe. Twierdzenia o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych.

5. Własności miarowe figur

Pola wielokątów. Pole koła. Długość okręgu. Obwody i pola wielokątów podobnych. Twierdzenie sinusów. Iloczyn skalarny wektorów i jego własności. Twierdzenie cosinusów. Twierdzenie Pitagorasa.

6. Figury geometryczne w przestrzeni

Wzajemne położenia prostych i płaszczyzn w przestrzeni. Równoległość prostych i płaszczyzn. Rzut równoległy na płaszczyznę. Kreślenie rzutów figur. Prostopadłość prostych i płaszczyzn. Rzut prostokątny na płaszczyznę. Kąt prosty z płaszczyzną. Kąt dwuścienny.

UMIĘJĘTNOŚCI

Określanie pojęć i formułowanie twierdzeń dotyczących: funkcji kwadratowych, wielomianów, funkcji wymiernych i ciągów oraz poznanych figur geometrycznych i przekształceń geometrycznych. Wykonywanie działań na wyrażeniach wymiernych. Rozkładanie wielomianów na czynniki i badanie podzielności wielomianów. Rozwiązywanie równań i nierówności kwadratowych, równań i nierówności wymiernych oraz ich stosowanie w rozwiązywaniu zadań. Określanie iloczynu skalarnego wektorów oraz objaśnianie jego własności i przykładów zastosowań. Rozwiązywanie zadań dotyczących własności miarowych figur geometrycznych. Przedstawianie figur przestrzennych w rzucie równoległym i rzucie prostokątnym na płaszczyznę. Przeprowadzanie rozumowań dotyczących iloczynu skalarnego wektorów, ciągów liczbowych oraz poznanych funkcji, przekształceń geometrycznych i figur geometrycznych. Korzystanie z podręcznika, poradników i tablic matematycznych oraz posługiwanie się urządzeniami do obliczeń.

KLASA III

(3 godziny tygodniowo)

1. Granica, ciągłość i pochodna funkcji

Granica funkcji w punkcie. Ciągłość funkcji. Pochodna funkcji. Styczna do krzywej w danym punkcie. Przykłady obliczania pochodnej. Pochodna sumy, iloczynu i ilorazu dwóch funkcji. Monotoniczność i ekstrema funkcji.

2. Funkcje trygonometryczne

Przypomnienie wiadomości o funkcjach trygonometrycznych. Funkcje trygonometryczne sumy. Przekształcanie wyrażeń trygonometrycznych. Proste równania trygonometryczne i proste nierówności trygonometryczne. Wzory na pochodne funkcji trygonometrycznych. Zastosowanie funkcji trygonometrycznych, użycie tablic i kalkulatorów.

3. Funkcje potęgowe, wykładnicze i logarytmiczne

Potęga o wykładniku wymiernym. Informacja o potęgach, których wykładniki są rzeczywiste. Działania na potęgach o wykładnikach rzeczywistych. Funkcja potęgowa, jej własności i wykres.

Funkcja wykładnicza, jej własności i wykres. Logarytm i jego własności. Funkcja logarytmiczna. Własności funkcji logarytmicznej i jej wykres.

Proste równania i nierówności wykładnicze i logarytmiczne.

4. Bryły i powierzchnie

Wielościany. Czworosciany, ostrosłup, graniastosłup, równoległościan i prostopadłościan. Wielościany foremne. Przykłady innych wielościanów. Siatka wielościanu. Figury obrotowe; walec, stożek, kula. Przekroje brył płaszczyznami.

5. Zastosowania rachunku pochodnych – tylko w profilu biologiczno-chemicznym

Funkcja złożona, pochodna funkcji złożonej. Pochodna potęgi o wykładniku wymiernym. Zastosowanie pochodnej do badania funkcji.

UMIEJĘTNOŚCI

Określanie pojęć i formułowanie twierdzeń dotyczących: potęg i logarytmów, funkcji potęgowej, wykładniczej i logarytmicznej, funkcji trygonometrycznych, granic, ciągłości, pochodnej, monotoniczności i ekstremów funkcji oraz wielościanów i figur obrotowych. Objasnianie przykładów: granic funkcji, ciągłości i nieciągłości funkcji, stycznej do wykresu funkcji oraz zastosowania pochodnej do badania funkcji. Obliczanie potęg i logarytmów oraz wykonywanie działań na potęgach. Przekształcanie wyrażeń trygonometrycznych oraz wyrażeń zawierających potęgi i logarytmy. Badanie własności i rysowanie wykresów funkcji wymiernych, potęgowych, wykładniczych, logarytmicznych i trygonometrycznych. Rysowanie i opisywanie wielościanów i brył obrotowych oraz ich przekrojów płaskich. Rozwiązywanie prostych równań i nierówności wykładniczych i logarytmicznych oraz prostych równań trygonometrycznych. Przeprowadzanie rozumowań dotyczących: potęg i logarytmów, poznanych funkcji, granic, ciągłości i pochodnej funkcji oraz wielościanów i brył obrotowych. Posługiwanie się podręcznikiem, poradnikami, tablicami matematycznymi i urządzeniami do obliczeń.

KLASA IV

(4 godziny tygodniowo)

1. Rachunek prawdopodobieństwa

Stabilność częstości. Zbiór zdarzeń elementarnych (skończony). Zdarzenie. Algebra zdarzeń. Zdarzenia elementarne jednakowo prawdopodobne. Pojęcie prawdopodobieństwa. Prawdopodobieństwo warunkowe. Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym. Niezależność zdarzeń. Schemat Bernoullego.

2. Zastosowania rachunku pochodnych — *nie dotyczy profilu biologiczno-chemicznego*

Funkcja złożona, pochodna funkcji złożonej. Pochodna potęgi o wykładniku wymiernym. Zastosowanie pochodnej do badania funkcji.

3. Pola powierzchni i objętości

Objętość wielościanu, walca, stożka i kuli; pola powierzchni brył. Pola przekrojów płaskich. Zastosowanie funkcji trygonometrycznych i rachunku pochodnych w rozwiązywaniu zadań dotyczących pól powierzchni i objętości.

4. Powtórzenie

Rozwiązywanie zadań dotyczących różnych działów matematyki.

UMIEJĘTNOŚCI

Określanie pojęć i formułowanie twierdzeń dotyczących eksperymentów losowych, zdarzeń i prawdopodobieństwa, pochodnej i jej zastosowań oraz pól powierzchni i objętości wielościanów i brył obrotowych. Przeprowadzanie rozumowań dotyczących poznanych pojęć i twierdzeń. Rozwiązywanie zadań wymagających

korzystania z wiadomości i umiejętności dotyczących różnych działów matematyki, w tym zadań dotyczących pól i objętości oraz wymagających zastosowania funkcji trygonometrycznych i pochodnej, a także obliczania prawdopodobieństw. Wykonywanie obliczeń i przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Korzystanie z podręcznika, słownika matematycznego, encyklopedii i literatury popularnonaukowej. Posługiwanie się tablicami matematycznymi i urządzeniami do obliczeń.

TECHNIKUM, KLASY IV—V

KLASA IV

(2 godziny tygodniowo)

1. Rachunek prawdopodobieństwa

Stabilność częstości. Zbiór zdarzeń elementarnych (skończony). Zdarzenie. Algebra zdarzeń. Zdarzenia elementarne jednakowo prawdopodobne. Pojęcie prawdopodobieństwa. Prawdopodobieństwo warunkowe. Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym. Niezależność zdarzeń. Schemat Bernoullego.

2. Zastosowania rachunku pochodnych

Funkcja złożona, pochodna funkcji złożonej. Pochodna potęgi o wykładniku wymiernym. Zastosowanie pochodnej do badania funkcji.

3. Pola powierzchni i objętości

Objętość wielościanu, walca, stożka i kuli; pola powierzchni brył. Pola przekrojów płaskich. Zastosowanie funkcji trygonometrycznych i rachunku pochodnych w rozwiązywaniu zadań dotyczących pól powierzchni i objętości.

UMIEJĘTNOŚCI

Określanie pojęć i formułowanie twierdzeń dotyczących eksperymentów losowych, zdarzeń i prawdopodobieństwa, pochodnej i jej zastosowań oraz pól powierzchni i objętości wielościanów i brył obrotowych. Przeprowadzanie rozumowań dotyczących poznanych pojęć i twierdzeń. Rozwiązywanie zadań dotyczących pól i objętości oraz wymagających zastosowania funkcji trygonometrycznych i pochodnej, a także obliczania prawdopodobieństw. Korzystanie z podręcznika, poradników i tablic matematycznych. Stosowanie urządzeń do obliczeń.

KLASA V

(2 godziny tygodniowo)

1. Zastosowania rachunku pochodnych

Zastosowanie pochodnej do badania funkcji. Zadania o treści dotyczącej pól

i objętości, wymagające zastosowania funkcji trygonometrycznych i rachunku pochodnych.

2. Powtórzenie

Rozwiązywanie zadań dotyczących różnych działów matematyki.

UMIEJĘTNOŚCI

Rozwiązywanie zadań wymagających korzystania z wiadomości i umiejętności dotyczących różnych działów matematyki, w tym zadań dotyczących pól i objętości oraz wymagających zastosowania funkcji trygonometrycznych i pochodnej, a także obliczania prawdopodobieństw. Wykonywanie obliczeń i przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Korzystanie z podręcznika, słownika matematycznego, encyklopedii i literatury popularnonaukowej. Posługiwanie się tablicami matematycznymi i urządzeniami do obliczeń.

PROFIL MATEMATYCZNO-FIZYCZNY

KLASA I

(4 godziny tygodniowo)

1. Liczby rzeczywiste

Usystematyzowanie i pogłębienie wiadomości o liczbach: zbiór liczb całkowitych z działaniami, zbiór liczb wymiernych z działaniami. Gęstość zbioru liczb wymiernych. Zbiór liczb rzeczywistych; oś liczbowa, istnienie liczb niewymiernych. Zbiory ograniczone i zbiory nieograniczone. Przedziały domknięte i przedziały otwarte. Wartość bezwzględna; określanie przedziałów za pomocą wartości bezwzględnej.

2. Funkcje i ich własności

Funkcja jako przyporządkowanie. Przykłady funkcji liczbowych i funkcji nie-liczbowych, na przykład przekształcenia geometryczne. Różnowartościowość funkcji. Przykłady funkcji odwrotnej od funkcji danej. Wykres funkcji liczbowej. Przesunięcia i przekształcenia symetryczne wykresów funkcji. Funkcje monotoniczne.

Funkcja liniowa, jej określenie i wykres, znaczenie współczynnika kąтового, związek z proporcjonalnością prostą. Równanie prostej na płaszczyźnie. Równania i nierówności stopnia pierwszego z jedną niewiadomą; zastosowanie w rozwiązywaniu zadań.

3. Układy równań liniowych

Układy równań liniowych z dwiema i trzema niewiadomymi. Przykłady układów równań liniowych z większą liczbą niewiadomych. Interpretacja geometryczna układu dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi, układy równań mające tylko jedno rozwiązanie, mające nieskończenie wiele rozwiązań, nie

mające rozwiązań. Nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi; interpretacja geometryczna. Zastosowanie układów równań w rozwiązywaniu zadań.

4. Funkcje trygonometryczne

Funkcje trygonometryczne kąta. Miara łukowa kąta. Określenie funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej, ich okresowość i wykresy. Wzory redukcyjne.

Funkcje parzyste, funkcje nieparzyste. Odczytywanie własności funkcji z jej wykresu. Korzystanie z tablic, kalkulatorów lub komputerów.

Zastosowanie funkcji trygonometrycznych w rozwiązywaniu zadań.

5. Figury geometryczne

Figury płaskie i figury przestrzenne. Prostokątny układ współrzędnych na płaszczyźnie i w przestrzeni. Odległość dwóch punktów. Odległość punktu od prostej. Długość odcinka. Okrąg i koło. Sfera i kula. Wzajemne położenia prostych i okręgów na płaszczyźnie. Wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie i w przestrzeni. Proste równoległe. Proste prostopadłe. Kąty. Wielokąty.

6. Przekształcenia geometryczne i własności figur

Wektory. Działania na wektorach.

Przekształcenia geometryczne. Przekształcenia płaszczyzny zachowujące odległość, izometrie.

Przesunięcie. Symetria osiowa. Oś symetrii figury. Symetralna odcinka. Dwusieczna kąta. Symetria środkowa. Środek symetrii figury. Obrót. Przystawianie figur. Cechy przystawiania trójkątów. Równoległobok. Konstrukcje geometryczne.

Kąty w kole. Okrąg wpisany w trójkąt, okrąg wpisany w wielokąt. Okrąg opisany na trójkącie, okrąg opisany na wielokącie. Wielokąty foremne.

Zadania konstrukcyjne.

7. Jednokładność i podobieństwo

Rzut równoległy. Stosunek odcinków, odcinki proporcjonalne. Twierdzenie Talesa. Jednokładność płaszczyzny. Podobieństwo figur. Podobieństwo trójkątów.

Zadania konstrukcyjne.

UMIĘTNOŚCI

Wykonywanie obliczeń. Objaśnianie własności zbiorów liczbowych i działań w tych zbiorach oraz związku zbioru liczb rzeczywistych z osią liczbową. Opisywanie przedziałów za pomocą wartości bezwzględnej. Stosowanie obliczeń, równań, nierówności i układów równań liniowych w rozwiązywaniu zadań. Określanie funkcji i przekształcenia geometrycznego jako przyporządkowań. Określanie funkcji liniowej i funkcji trygonometrycznych, sporządzanie wykresów tych funkcji, badanie ich własności oraz stosowanie w rozwiązywaniu zadań. Wykonywanie działań na wektorach. Określanie: przesunięcia, symetrii osiowej, obrotu, jednokładności i podobieństwa oraz figur przystających i figur podobnych. Analizowanie położenia prostych i okręgów na płaszczyźnie oraz położenia prostych w przestrzeni. Konstruowanie odcinków, trójkątów i kątów przystających, prostych równoległych i prostych prostopadłych oraz trapezów, równoległoboków, prostokątów i rombów.

Opisywanie okręgu na trójkącie i wpisywanie okręgu w trójkąt. Rozwiązywanie zadań konstrukcyjnych. Przeprowadzanie rozumowań dotyczących liczb i wektorów oraz poznanych funkcji, przekształceń geometrycznych i figur geometrycznych. Formułowanie określeń i twierdzeń, twierdzeń odwrotnych oraz przeprowadzanie prostych dowodów. Posługiwanie się podręcznikiem, poradnikami, tablicami matematycznymi i urządzeniami do obliczeń.

KLASA II

(4 godziny tygodniowo)

1. Funkcje kwadratowe

Funkcja kwadratowa jednej zmiennej; określenie, wykres, własności. Postać kanoniczna trójmianu kwadratowego i rozkład na czynniki liniowe. Równanie kwadratowe; ilustracja graficzna. Równanie okręgu. Interpretacja geometryczna równań: $x^2 = a$, $ax^2 + by^2 = 1$, $ax^2 + by = 0$. Układy dwóch równań z dwiema niewiadomymi, z których przynajmniej jedno równanie jest stopnia drugiego; interpretacja geometryczna. Zastosowanie równań, nierówności i układów równań w rozwiązywaniu zadań.

2. Wielomiany

Wielomian jednej zmiennej. Wielomian wielu zmiennych. Stopień wielomianu. Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów. Podzielność wielomianów. Pierwiastki wielomianu, w szczególności wymierne pierwiastki wielomianu o współczynnikach całkowitych. Twierdzenie Bezout. Rozkładanie wielomianów na czynniki. Przykłady wykresów wielomianów. Równania i nierówności.

3. Funkcje wymierne

Działania na wyrażeniach wymiernych. Pojęcie funkcji wymiernej. Przykłady wykresów funkcji wymiernych. Równania i nierówności wymierne.

4. Ciągi

Zasada indukcji zupełnej i przykłady jej zastosowania. Elementy kombinatoryki, dwumian Newtona, trójkąt Pascala. Ciągi liczb rzeczywistych jako funkcje argumentu naturalnego. Określanie rekurencyjne ciągów. Ciąg arytmetyczny i ciąg geometryczny. Granica ciągu. Ciągi zbieżne. Zbieżność ciągu monotonicznego ograniczonego. Szereg geometryczny zbieżny i jego suma. Rozwinięcia dziesiętne okresowe. Twierdzenia o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych. Twierdzenie o trzech ciągach. Twierdzenie o ciągach monotonicznych. Liczba e .

5. Własności miarowe figur

Pola wielokątów, pole koła. Długość okręgu. Obwody i pola wielokątów podobnych. Twierdzenie sinusów. Iloczyn skalarny wektorów i jego własności. Twierdzenie cosinusów. Twierdzenie Pitagorasa.

6. Figury geometryczne w przestrzeni

Położenia wzajemne prostych i płaszczyzn. Równoległość prostych i płaszczyzn. Rzut równoległy na płaszczyznę. Kreślenie rzutów figur. Prostopadłość

prostych i płaszczyzn. Rzut prostokątny na płaszczyznę. Kąt prostej z płaszczyzną. Kąt dwuścienny.

UMIEJĘTNOŚCI

Określanie pojęć i formułowanie twierdzeń dotyczących: wielomianów, funkcji wymiernych, ciągów oraz poznanych figur geometrycznych i przekształceń geometrycznych. Wykonywanie działań na wyrażeniach wymiernych. Przekształcanie wyrażań wymiernych. Rozwiązywanie równań i nierówności wymiernych, stosowanie takich równań i nierówności w rozwiązywaniu zadań. Określanie iloczynu skalarnego wektorów oraz objaśnianie jego własności i przykładów zastosowań. Rozwiązywanie zadań dotyczących własności miarowych figur geometrycznych. Przedstawianie figur przestrzennych w rzucie równoległym i rzucie prostokątnym na płaszczyznę. Przeprowadzanie rozumowań dotyczących iloczynu skalarnego wektorów, ciągów liczbowych oraz poznanych funkcji, przekształceń geometrycznych i figur geometrycznych. Korzystanie z podręcznika, poradników i tablic matematycznych oraz posługiwanie się urządzeniami do obliczeń.

KLASA III

(5 godzin tygodniowo)

1. Funkcje trygonometryczne

Powtórzenie wiadomości o funkcjach trygonometrycznych. Funkcje trygonometryczne sumy. Przekształcanie wyrażań trygonometrycznych. Proste równania i nierówności trygonometryczne. Zastosowanie funkcji trygonometrycznych. Użycie do obliczeń tablic, kalkulatorów lub komputerów.

2. Granica, ciągłość i pochodna funkcji

Granica funkcji w punkcie. Ciągłość funkcji. Własności funkcji ciągłych. Pochodna funkcji. Styczna do krzywej w danym punkcie. Przykłady obliczania pochodnych. Pochodna sumy, iloczynu i ilorazu dwóch funkcji. Granica $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$. Pochodne funkcji trygonometrycznych. Funkcja złożona. Pochodna funkcji złożonej. Monotoniczność i ekstrema funkcji.

3. Funkcje potęgowe, wykładnicze i logarytmiczne

Potęga o wykładniku wymiernym. Informacja o potęgach, których wykładniki są rzeczywiste. Działania na potęgach o wykładnikach rzeczywistych. Funkcja potęgowa, jej własności i wykres.

Funkcja wykładnicza, jej własności i wykres. Logarytm i jego własności. Funkcja logarytmiczna. Własności funkcji logarytmicznej i jej wykres. Równania i nierówności wykładnicze i logarytmiczne. Zadania.

4. Rachunek prawdopodobieństwa

Stabilność częstości. Skończony zbiór zdarzeń elementarnych. Zdarzenie. Algebra zdarzeń. Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa. Prawdopodobień-

stwo warunkowe. Niezależność zdarzeń. Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym. Schemat Bernoullego. Zmienna losowa. Rozkład zmiennej losowej, wartość oczekiwana, wariancja, odchylenia standardowe.

5. Bryły i powierzchnie

Wielościany, siatki wielościanów. Czworoscian, ostrosłup, graniastosłup, równoległoscian, prostopadłoscian. Wielościany foremne. Twierdzenie Eulera.

Figury obrotowe; walec, stożek. Przekroje bryły płaszczyzną. Krzywe stożkowe.

UMIEJĘTNOŚCI

Określanie pojęć i formułowanie twierdzeń dotyczących: potęg i logarytmów, funkcji potęgowej, wykładniczej i logarytmicznej, granic, ciągłości, pochodnej, monotoniczności i ekstremów funkcji, eksperymentów losowych, zdarzeń i prawdopodobieństwa oraz wielościanów i figur obrotowych. Objawianie przykładów: granic funkcji, ciągłości i nieciągłości funkcji, stycznej do wykresu funkcji oraz zastosowania pochodnej do badania funkcji. Obliczanie potęg i logarytmów oraz wykonywanie działań na potęgach. Przekształcanie wyrażeń zawierających potęgi, logarytmy i wyrażenia trygonometryczne. Badanie własności i sporządzanie wykresów funkcji potęgowych, wykładniczych i logarytmicznych. Rysowanie i opisywanie wielościanów i brył obrotowych oraz ich przekrojów płaskich. Rozwiązywanie równań i nierówności wykładniczych, logarytmicznych i trygonometrycznych. Przeprowadzanie rozumowań dotyczących: potęg i logarytmów, poznanych funkcji, granic, ciągłości i pochodnej funkcji oraz wielościanów i brył obrotowych. Posługiwanie się podręcznikiem, poradnikami, tablicami matematycznymi i urządzeniami do obliczeń.

KLASA IV

(6 godzin tygodniowo)

1. Zastosowania rachunku pochodnych

Usystematyzowanie wiadomości o pochodnych. Pochodna potęgi o wykładniku wymiernym.

Pochodna funkcji odwrotnej do danej funkcji. Funkcja e^x , logarytm naturalny. Pochodna funkcji wykładniczej i funkcji logarytmicznej.

Twierdzenie o wartości średniej. Druga pochodna. Przedziały wypukłości i przedziały wklęsłości wykresu funkcji; punkty przegięcia. Asymptoty wykresu funkcji. Prędkość jako pochodna drogi i przyspieszenie, jako pochodna prędkości.

Zastosowanie pochodnych do badania funkcji.

2. Całka nieoznaczona i całka oznaczona

Wyznaczanie funkcji pierwotnych dla danych funkcji. Całka nieoznaczona. Całka oznaczona funkcji ciągłej.

Przykłady obliczania całek. Zastosowanie geometryczne całki: pole figury, objętość bryły obrotowej, długość łuku krzywej.

3. Pola powierzchni i objętości

Objętość wielościanów, walca, stożka, kuli; pola powierzchni tych brył. Pole przekroju płaskiego. Zastosowanie funkcji trygonometrycznych oraz metod analizy matematycznej do obliczania objętości niektórych brył i pól powierzchni niektórych figur przestrzennych.

4. Powtórzenie

Rozwiązywanie zadań z różnych działów matematyki.

UMIEJĘTNOŚCI

Określanie pojęć i formułowanie twierdzeń dotyczących: pochodnych i całek oraz ich zastosowań, asymptot wykresów funkcji oraz pól powierzchni i objętości wielościanów i brył obrotowych. Obliczanie pochodnych. Wyznaczanie funkcji pierwotnych i całek nieoznaczonych. Objaśnianie przykładów obliczania całek i ich zastosowań. Rozwiązywanie zadań wymagających korzystania z wiadomości i umiejętności z różnych działów matematyki, w tym zadań dotyczących pól i objętości oraz wymagających zastosowania funkcji trygonometrycznych, pochodnych i całek oraz obliczania prawdopodobieństw. Wykonywanie obliczeń i przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Przeprowadzanie rozumowań dotyczących poznanych pojęć i twierdzeń. Korzystanie z podręcznika, słownika matematycznego, encyklopedii i literatury popularnonaukowej. Posługiwanie się tablicami matematycznymi i urządzeniami do obliczeń.

PROFIL HUMANISTYCZNY, KLASYCZNY, LICEUM ZAWODOWE CZTEROLETNI KLASY I—IV oraz LICEUM PIĘCIOLETNI KLASY I—V

KLASA I LICEUM OGÓLNOKSZTAŁCĄCEGO (4 godziny tygodniowo)

1. Liczby rzeczywiste

Usystematyzowanie i pogłębienie wiadomości o liczbach: zbiór liczb całkowitych z działaniami, zbiór liczb wymiernych z działaniami. Gęstość zbioru liczb wymiernych. Zbiór liczb rzeczywistych; oś liczbową, istnienie liczb niewymiernych. Zbiory ograniczone i zbiory nieograniczone. Przedziały domknięte i przedziały otwarte. Wartość bezwzględna; określanie przedziałów za pomocą wartości bezwzględnej.

2. Funkcje i ich własności

Funkcja jako przyporządkowanie. Przykłady funkcji liczbowych i funkcji nieliczbowych. na przykład przekształcenia geometryczne. Różnowartościowość funkcji.

Przykłady funkcji odwrotnej od funkcji danej. Wykres funkcji liczbowej. Przesunięcia i przekształcenia symetryczne wykresów funkcji. Funkcje monotoniczne.

Funkcja liniowa, jej określenie i wykres, znaczenie współczynnika kąowego, związek z proporcjonalnością prostą. Równanie prostej na płaszczyźnie. Równania i nierówności stopnia pierwszego z jedną niewiadomą; zastosowanie w rozwiązywaniu zadań.

3. Układy równań liniowych

Układy równań liniowych z dwiema i trzema niewiadomymi. Przykłady układów równań liniowych z większą liczbą niewiadomych. Interpretacja geometryczna układu dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi, układy równań mające tylko jedno rozwiązanie, mające nieskończenie wiele rozwiązań, nie mające rozwiązań. Nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi; interpretacja geometryczna. Zastosowanie układów równań w rozwiązywaniu zadań.

4. Funkcje trygonometryczne

Funkcje trygonometryczne kąta. Miara łukowa kąta. Określenie funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej, ich okresowość i wykresy. Wzory redukcyjne.

Funkcje parzyste, funkcje nieparzyste. Odczytywanie własności funkcji z jej wykresu. Korzystanie z tablic, kalkulatorów lub komputerów.

Zastosowanie funkcji trygonometrycznych w rozwiązywaniu zadań.

5. Figury geometryczne

Figury płaskie i figury przestrzenne. Prostokątny układ współrzędnych na płaszczyźnie i w przestrzeni. Odległość dwóch punktów. Odległość punktu od prostej. Długość odcinka. Okrąg i koło. Sfera i kula. Wzajemne położenia prostych i okręgów na płaszczyźnie. Wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie i w przestrzeni. Proste równoległe. Proste prostopadłe. Kąty. Wielokąty.

6. Przekształcenia geometryczne i własności figur

Wektory. Działania na wektorach.

Przekształcenia geometryczne. Przekształcenia płaszczyzny zachowujące odległość, izometrie.

Przesunięcie. Symetria osiowa. Oś symetrii figury. Symetralna odcinka. Dwusieczna kąta. Symetria środkowa. Środek symetrii figury. Obrót. Przystawianie figur. Cechy przystawiania trójkątów. Równoległobok. Konstrukcje geometryczne.

Kąty w kole. Okrąg wpisany w trójkąt, okrąg wpisany w wielokąt. Okrąg opisany na trójkącie, okrąg opisany na wielokącie. Wielokąty foremne.

Zadania konstrukcyjne.

7. Jednokładność i podobieństwo

Rzut równoległy. Stosunek odcinków, odcinki proporcjonalne. Twierdzenie Talesa. Jednokładność płaszczyzny. Podobieństwo figur. Podobieństwo trójkątów.

Zadania konstrukcyjne.

UMIĘJĘTNOŚCI

Wykonywanie obliczeń. Objaśnianie własności zbiorów liczbowych i działań w tych zbiorach oraz związku zbioru liczb rzeczywistych z osią liczbową. Opisy-

wanie przedziałów za pomocą wartości bezwzględnej. Stosowanie obliczeń, równań, nierówności i układów równań liniowych w rozwiązywaniu zadań. Określanie funkcji i przekształcenia geometrycznego jako przyporządkowań. Określanie funkcji liniowej i funkcji trygonometrycznych, sporządzanie wykresów tych funkcji, badanie ich własności oraz stosowanie w rozwiązywaniu zadań. Wykonywanie działań na wektorach. Określanie: przesunięcia, symetrii osiowej, obrotu, jednokładności i podobieństwa oraz figur przystających i figur podobnych. Analizowanie położenia prostych i okręgów na płaszczyźnie oraz położenia prostych w przestrzeni. Konstruowanie odcinków, trójkątów i kątów przystających, prostych równoległych i prostych prostopadłych oraz trapezów, równoległoboków, prostokątów i rombów. Opisywanie okręgu na trójkącie i wpisywanie okręgu w trójkąt. Rozwiązywanie zadań konstrukcyjnych. Przeprowadzanie rozumowań dotyczących liczb i wektorów oraz poznanych funkcji, przekształceń geometrycznych i figur geometrycznych. Formułowanie określeń i twierdzeń, twierdzeń odwrotnych oraz przeprowadzanie prostych dowodów. Posługiwanie się podręcznikiem, poradnikami, tablicami matematycznymi i urządzeniami do obliczeń.

KLASA I LICEUM CZTEROLETNIEGO ZAWODOWEGO

(3 godziny tygodniowo)

KLASA I i II LICEUM PIĘCIOLETNIEGO ZAWODOWEGO

(2 godziny tygodniowo)

1. Liczby rzeczywiste

Usystematyzowanie i pogłębienie wiadomości o liczbach całkowitych i liczbach wymiernych. Działania na ułamkach zwykłych i ułamkach dziesiętnych. Obliczenia procentowe. Liczby rzeczywiste, oś liczbową. Konstrukcje odcinków o długości $\sqrt{2}$ i $\sqrt{3}$, niewymierność tych liczb. Działania i ich własności. Uporządkowanie zbioru liczb rzeczywistych, przedziały liczbowe. Wartość bezwzględna.

Wyrażenia algebraiczne wymierne. Proste przykłady wyrażeń niewymiernych. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych, obliczanie ich wartości. Określoność wyrażeń algebraicznych. Kalkulatory i ich zastosowanie.

2. Funkcje

Przypomnienie, rozszerzenie i usystematyzowanie wiadomości o funkcjach. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Funkcja i jej wykres. Funkcje liniowe, ich wykresy i własności.

Funkcje: $y = \frac{a}{x}$, $y = |x|$, $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt[n]{x}$, ich wykresy i własności. Proporcjonalność odwrotna.

3. Równania i nierówności

Przykłady równań i nierówności z jedną i dwiema niewiadomymi. Równania i nierówności liniowe z jedną niewiadomą. Zastosowanie w rozwiązywaniu zadań. Równanie liniowe z dwiema niewiadomymi, interpretacja geometryczna. Równanie prostej na płaszczyźnie. Układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi,

interpretacja geometryczna i zastosowanie w rozwiązywaniu zadań. Położenia wzajemne dwóch prostych o danych równaniach na płaszczyźnie.

4. Figury geometryczne na płaszczyźnie

Przypomnienie i uzupełnienie wiadomości o figurach geometrycznych. Punkty i proste. Proste przecinające się, proste równoległe. Półprosta, odcinek. Odległość punktów, długość odcinka. Przykłady figur wypukłych. Kąt. Kąty przyległe, kąty wierzchołkowe, kąt prosty. Proste prostopadłe.

Symetria osiowa, symetria środkowa, obrót, przesunięcie. Figury przystające. Trójkąty. Cechy przystawiania trójkątów. Zależności w trójkącie między bokami i kątami przeciwległymi. Suma kątów wewnętrznych trójkąta.

Czworokąty, ich klasyfikacja i własności. Oś symetrii figury. Środek symetrii figury.

Okrąg i koło. Położenia wzajemne prostej i okręgu, styczna do okręgu. Kąt środkowy i kąt wpisany. Trójkąt wpisany w okrąg. Trójkąt opisany na okręgu. Wielokąty foremne.

Zadania konstrukcyjne.

UMIEJĘTNOŚCI

Wykonywanie obliczeń, w tym obliczeń procentowych. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Rozwiązywanie równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą oraz układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi. Rozwiązywanie zadań konstrukcyjnych. Stosowanie równań i układów równań liniowych w rozwiązywaniu zadań. Określanie pojęć, formułowanie twierdzeń i przeprowadzanie rozumowań dotyczących: liczb, wyrażeń algebraicznych, funkcji, równań i nierówności oraz figur geometrycznych na płaszczyźnie. Korzystanie z podręcznika, poradników i tablic matematycznych. Posługiwanie się urządzeniami do obliczeń.

KLASA II LICEUM OGÓLNOKSZTAŁCĄCEGO

(2 godziny tygodniowo)

1. Funkcje kwadratowe

Trójmian kwadratowy, jego postać kanoniczna i rozkład na czynniki liniowe. Funkcja kwadratowa i jej wykres.

Równania kwadratowe, suma i iloczyn pierwiastków. Nierówności kwadratowe, ilustracja graficzna. Równanie okręgu.

Układy dwóch równań z dwiema niewiadomymi, z których przynajmniej jedno równanie jest stopnia drugiego; interpretacja geometryczna. Zastosowanie równań, nierówności i układów równań w rozwiązywaniu zadań.

2. Wielomiany

Wielomiany jednej zmiennej, ich podstawowe własności i pierwiastki. Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów.

3. Związki miarowe na płaszczyźnie

Związki miarowe w trójkącie prostokątnym. Twierdzenie sinusów. Twierdzenie cosinusów. Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne. Zastosowanie trygonometrii w zadaniach geometrycznych. Pole wielokąta. Pole koła.

UMIEJĘTNOŚCI

Wykonywanie działań na wielomianach. Rozwiązywanie równań i nierówności kwadratowych. Stosowanie równań kwadratowych w rozwiązywaniu zadań. Rozwiązywanie zadań geometrycznych wymagających zastosowania twierdzenia Pitagorasa, funkcji trygonometrycznych i wiadomości o trójkątach podobnych. Sporządzanie wykresów i badanie własności funkcji kwadratowych. Określanie pojęć, formułowanie twierdzeń i przeprowadzanie rozumowań dotyczących: funkcji kwadratowych, wielomianów i związków miarowych na płaszczyźnie. Korzystanie z podręcznika, poradników i tablic matematycznych oraz posługiwanie się urządzeniami do liczenia.

KLASA II LICEUM CZTEROLETNIEGO ZAWODOWEGO

(3 godziny tygodniowo)

KLASA II i III LICEUM PIĘCIOLETNIEGO

(2 godziny tygodniowo)

1. Funkcje kwadratowe

Trójmian kwadratowy, jego postać kanoniczna i rozkład na czynniki liniowe. Funkcja kwadratowa i jej wykres.

Równania kwadratowe, suma i iloczyn pierwiastków. Nierówności kwadratowe, ilustracja graficzna. Równanie okręgu.

Układy dwóch równań z dwiema niewiadomymi, z których przynajmniej jedno równanie jest stopnia drugiego; interpretacja geometryczna. Zastosowanie równań, nierówności i układów równań w rozwiązywaniu zadań.

2. Wielomiany

Wielomiany jednej zmiennej, ich podstawowe własności i pierwiastki. Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów.

3. Podobieństwo figur

Twierdzenie Talesa. Podział odcinka na równe części. Jednokładność figur. Figury podobne. Cechy podobieństwa trójkątów. Pola trójkątów podobnych. Wielokąty podobne.

4. Funkcje trygonometryczne

Długość okręgu, liczba π . Długość łuku okręgu. Miara łukowa kąta. Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej, ich najważniejsze własności i wykresy. Tablice wartości przybliżonych funkcji trygonometrycznych.

5. Związki miarowe na płaszczyźnie

Związki miarowe w trójkącie prostokątnym. Twierdzenie sinusów. Twierdzenie cosinusów. Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne. Zastosowanie trygonometrii w zadaniach geometrycznych. Pole wielokąta. Pole koła.

UMIĘJĘTNOŚCI

Wykonywanie działań na wielomianach. Rozwiązywanie równań i nierówności kwadratowych. Stosowanie równań kwadratowych w rozwiązywaniu zadań. Rozwiązywanie zadań geometrycznych wymagających zastosowania twierdzenia Pitagorasa, funkcji trygonometrycznych i wiadomości o trójkątach podobnych. Sporządzanie wykresów i badanie własności funkcji kwadratowych i funkcji trygonometrycznych. Określanie pojęć, formułowanie twierdzeń i przeprowadzanie rozumowań dotyczących: funkcji kwadratowych, wielomianów, funkcji trygonometrycznych, podobieństwa trójkątów i związków miarowych na płaszczyźnie. Korzystanie z podręcznika, poradników i tablic matematycznych oraz posługiwanie się urządzeniami do liczenia.

KLASA III LICEUM CZTEROLETNIEGO KLASA IV LICEUM PIĘCIOLETNIEGO (2 godziny tygodniowo)

1. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne

Potęga o wykładniku wymiernym. Informacja o potęgach, których wykładniki są rzeczywiste. Funkcja wykładnicza, jej wykres i własności. Logarytm. Informacja o własnościach i zastosowaniach logarytmów. Funkcja logarytmiczna, jej wykres i własności.

2. Ciągi liczbowe

Ciąg liczbowy. Ciągi monotoniczne. Ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne. Granica ciągu. Przykłady ciągów zbieżnych i ciągów rozbieżnych. Przykłady obliczania granic. Szereg geometryczny zbieżny i jego suma.

3. Figury geometryczne w przestrzeni

Punkty, proste i płaszczyzny. Kąt między prostą i płaszczyzną. Kąt dwuścienne. Czworoscian, prostopadłościan. Przykłady innych graniastosłupów i ostrosłupów. Walec, stożek i kula.

UMIĘJĘTNOŚCI

Określanie pojęć, formułowanie twierdzeń i przeprowadzanie rozumowań dotyczących potęg i logarytmów, funkcji wykładniczych i logarytmicznych, ciągów liczbowych i ich granic oraz figur geometrycznych. Obliczanie potęg i logarytmów. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych zawierających potęgi. Sporządzanie

wykresów i badanie własności funkcji wykładniczych i funkcji logarytmicznych. Korzystanie z podręcznika, poradników, tablic matematycznych i roczników statystycznych. Posługiwanie się urządzeniami do obliczeń.

KLASA IV LICEUM CZTEROLETNIEGO KLASA V LICEUM PIĘCIOLETNIEGO *(2 godziny tygodniowo)*

1. Rachunek prawdopodobieństwa

Prawdopodobieństwo zdarzenia. Zdarzenia pewne, zdarzenia niemożliwe, zdarzenia wykluczające się. Prawdopodobieństwo sumy zdarzeń. Zdarzenia niezależne. Prawdopodobieństwo warunkowe, wzór na prawdopodobieństwo całkowite.

2. Pola i objętości

Pola powierzchni objętości graniastosłupów i ostrosłupów oraz walca, stożka i kuli. Zadania dotyczące pól i objętości, z uwzględnieniem zadań wymagających zastosowania trygonometrii.

3. Powtórzenie

Rozwiązywanie zadań dotyczących różnych działów matematyki.

UMIEJĘTNOŚCI

Rozwiązywanie zadań wymagających korzystania z wiadomości i umiejętności dotyczących różnych działów matematyki, w tym zadań dotyczących pól i objętości, zadań wymagających zastosowania równań i nierówności oraz funkcji trygonometrycznych i związków miarowych, a także obliczania prawdopodobieństw. Wykonywanie obliczeń i przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Korzystanie z podręcznika, słownika matematycznego, encyklopedii, roczników statystycznych i literatury popularnonaukowej. Posługiwanie się tablicami matematycznymi i urządzeniami do obliczeń.

TECHNIKUM NA PODBUDOWIE ZASADNICZEJ SZKOŁY ZAWODOWEJ

KLASA I *(3 godziny tygodniowo)*

1. Funkcje wymierne

Działania na wielomianach i wyrażeniach wymiernych. Pojęcie funkcji wymiernej. Wykresy niektórych funkcji wymiernych.

Równania i nierówności wymierne.

2. Ciągi

Ciąg liczb rzeczywistych. Ciąg arytmetyczny i ciąg geometryczny. Granica ciągu. Ciągi zbieżne. Szereg geometryczny zbieżny i jego suma jako granica ciągu sum częściowych. Liczby wymierne; rozwinięcia dziesiętne okresowe. Twierdzenia o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych.

3. Funkcje potęgowe, wykładnicze i logarytmiczne

Przypomnienie wiadomości o potęgach. Informacja o potęgach, których wykładniki są rzeczywiste. Działania na potęgach o wykładnikach rzeczywistych. Funkcja potęgowa, jej własności i wykres.

Funkcja wykładnicza, jej własności i wykres. Logarytm i jego własności. Funkcja logarytmiczna. Własności funkcji logarytmicznej i jej wykres.

Proste równania i nierówności wykładnicze i logarytmiczne.

4. Przekształcenia geometryczne i własności figur

Wektory. Działania na wektorach. Odległość dwóch punktów. Przekształcenia geometryczne. Przekształcenia płaszczyzny zachowujące odległość, izometrie.

Przesunięcie. Symetria osiowa. Obrót. Przystawanie figur. Cechy przystawania trójkątów.

Jednokładność płaszczyzny. Podobieństwo figur. Podobieństwo trójkątów.

Zadania konstrukcyjne.

UMIEJĘTNOŚCI

Określanie pojęć, formułowanie twierdzeń i przeprowadzanie rozumowań dotyczących: potęg i logarytmów, funkcji wymiernych potęgowych, wykładniczych i ciągów liczbowych oraz figur i przekształceń geometrycznych, a także przystawania, jednokładności i podobieństwa figur geometrycznych. Wykonywanie działań na wielomianach i wyrażeniach wymiernych. Rozkładanie wielomianów na czynniki. Obliczanie granicy ciągu. Obliczanie potęg i logarytmów oraz wykonywanie działań na potęgach. Przekształcanie wyrażeń zawierających potęgi, pierwiastki i logarytmy. Rozwiązywanie równań i nierówności wymiernych, wykładniczych i logarytmicznych oraz ich stosowanie w rozwiązywaniu zadań. Rysowanie figur przestrzennych. Badanie przystawania i podobieństwa figur geometrycznych na płaszczyźnie. Korzystanie z podręcznika, poradników i tablic matematycznych. Posługiwanie się urządzeniami do obliczeń.

KLASA II

(3 godziny tygodniowo)

1. Granica, ciągłość i pochodna funkcji

Granica funkcji w punkcie. Ciągłość funkcji. Pochodna funkcji. Styczna do krzywej w danym punkcie. Przykłady obliczania pochodnej. Pochodna sumy, iloczynu i ilorazu dwóch funkcji. Monotoniczność i ekstrema funkcji.

2. Funkcje trygonometryczne

Przypomnienie wiadomości o funkcjach trygonometrycznych. Funkcje trygonometryczne sumy. Przekształcanie wyrażeń trygonometrycznych. Proste równania trygonometryczne i proste nierówności trygonometryczne. Wzory na pochodne funkcji trygonometrycznych. Zastosowanie funkcji trygonometrycznych, użycie tablic i kalkulatorów.

3. Bryły i powierzchnie

Wielościanny. Czworoscian, ostrosłup, graniastosłup, równoległoscian i prostopadłoscian, wieloscianny foremny, przykłady innych wielosciannów. Siatka wielosciannu. Figury obrotowe; walec, stożek, kula. Przekroje brył płaszczyznami.

4. Rachunek prawdopodobieństwa

Stabilność częstości. Skończony zbiór zdarzeń elementarnych. Zdarzenie. Algebra zdarzeń. Zdarzenia elementarne jednakowo prawdopodobne. Pojęcie prawdopodobieństwa. Prawdopodobieństwo warunkowe. Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym. Niezależność zdarzeń. Schemat Bernoullego.

UMIĘJĘTNOŚCI

Określanie pojęć, formułowanie twierdzeń i przeprowadzanie rozumowań dotyczących: funkcji trygonometrycznych, eksperymentów losowych, zdarzeń i prawdopodobieństwa, granicy i ciągłości funkcji, pochodnej funkcji i jej zastosowań oraz brył, powierzchni i przekształceń geometrycznych w przestrzeni. Objaśnianie przykładów: granic funkcji, ciągłości i nieciągłości funkcji, stycznej do wykresu funkcji oraz zastosowania pochodnej do badania funkcji. Przekształcanie wyrażeń trygonometrycznych. Rozwiązywanie równań i nierówności trygonometrycznych. Badanie własności i rysowanie wykresów funkcji wymiernych i trygonometrycznych, rysowanie i opisywanie wielosciannów i brył obrotowych oraz ich przekrojów płaskich. Korzystanie z podręcznika, poradników i tablic matematycznych. Posługiwanie się urządzeniami do obliczeń.

KLASA III

(2 godziny tygodniowo)

1. Zastosowania rachunku pochodnych

Funkcja złożona, pochodna funkcji złożonej. Pochodna potęgi o wykładniku wymiernym. Zastosowanie pochodnej do badania funkcji.

2. Pola powierzchni i objętości

Objętość wielosciannu, walca, stożka i kuli; pola powierzchni brył. Pola przekrojów płaskich. Zastosowanie funkcji trygonometrycznych i rachunku pochodnych w rozwiązywaniu zadań dotyczących pól powierzchni i objętości.

3. Powtórzenie

Rozwiązywanie zadań dotyczących różnych działów matematyki.

UMIEJĘTNOŚCI

Określanie pojęć, formułowanie twierdzeń i przeprowadzanie rozumowań dotyczących pochodnej i jej zastosowań oraz pól powierzchni i objętości wielościanów i brył obrotowych. Rozwiązywanie zadań wymagających korzystania z wiadomości i umiejętności z różnych działów matematyki, w tym zadań dotyczących pól i objętości oraz wymagających zastosowania funkcji trygonometrycznych i pochodnej. Wykonywanie obliczeń i przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Korzystanie z podręcznika, słownika matematycznego, encyklopedii i literatury popularnonaukowej. Posługiwanie się tablicami matematycznymi i urządzeniami do obliczeń.

LICEUM OGÓLNOKSZTAŁCĄCE ZAJĘCIA FAKULTATYWNE

grupa matematyczno-fizyczna

KLASA III i IV

(2 godziny tygodniowo)

Wiadomości (matematyczne)

1. Zastosowania rachunku pochodnych

Pochodna funkcji odwrotnej. Funkcje cyklometryczne i ich pochodne. Pochodna funkcji wykładniczej i funkcji logarytmicznej. Twierdzenie o wartości średniej. Druga pochodna. Zastosowanie pochodnych w badaniu funkcji. Asymptoty. Przykłady zastosowania pochodnych w fizyce.

2. Całka nieoznaczona i całka oznaczona

Wyznaczanie funkcji pierwotnych dla danych funkcji. Całka nieoznaczona. Całkowanie przez części. Całkowanie przez podstawienie. Całka oznaczona funkcji ciągłej. Całka jako funkcja granicy całkowania i jej pochodna.

Przykłady obliczania całek. Zastosowanie geometryczne całki; pole figury, objętość bryły obrotowej, długość łuku krzywej.

UWAGI O REALIZACJI PROGRAMU

Niniejszy program matematyki jest modyfikacją tekstu programu nauczania matematyki Nr OP23-41120-27/84 zatwierdzonego 31 lipca 1984 r., z uwzględnieniem późniejszych zmian. Modyfikacja polega na rezygnacji z niektórych haseł programowych, mało istotnych dla realizacji celów kształcenia, oraz na przesunięciu pewnych haseł do treści fakultatywnych (nie obowiązujących), o których realizacji decyduje nauczyciel w zależności od możliwości intelektualnych uczniów i uwarunkowań czasowych. Tematy fakultatywne można realizować jedynie wówczas, gdy nie przeszkodzi to w opanowaniu przez uczniów treści i umiejętności podstawowych. Opanowanie treści fakultatywnych nie jest konieczne do nauki w klasach wyższych.

W wyniku modyfikacji programu nauczania nauczyciele uzyskają w każdej klasie pewną liczbę godzin do własnej dyspozycji, które mogą przeznaczyć na gruntowniejsze i dokładniejsze opracowanie najważniejszych haseł programowych lub na wybór haseł nadobowiązkowych.

Zc względu na spójną strukturę obowiązującego programu modyfikacje mogą dotyczyć tylko niewielkiego zakresu materiału. W związku z tym pozostaje unowocześnienie metod nauczania, lepsza organizacja procesu dydaktycznego, właściwa interpretacja haseł programowych jako przeciwstawienie się przeciążeniu uczniów nauką. W trosce o odciążenie uczniów nie powinno się poszerzać treści obowiązkowych i fakultatywnych, a także rozwiązywać skomplikowanych zadań z tych działów, które wystąpią na wyższych poziomach nauczania matematyki.

Nauczanie matematyki w szkołach ponadpodstawowych powinno nawiązywać do wiadomości i umiejętności wyniesionych przez uczniów ze szkoły podstawowej. Niektóre tematy występują w programie szkoły podstawowej i w niniejszym programie dla szkół ponadpodstawowych. Głównym celem takiego układu programu jest to, aby wiadomości i umiejętności ze szkoły podstawowej były stosowane, rozszerzane, pogłębiane i ugruntowywane w szkole średniej.

Treści programu są wspólne dla profilu podstawowego, profilu biologiczno-chemicznego i technikum zawodowego oraz dla profilu humanistycznego, profilu klasycznego i liceum zawodowego. Ich realizacja winna być dostosowana do specyfiki szkoły poprzez odpowiednie rozłożenie akcentów oraz dobór ćwiczeń i zadań.

We wszystkich profilach liceum ogólnokształcącego i we wszystkich szkołach zawodowych należy uwzględnić ogólnokształcący charakter matematyki. Nauczanie tego przedmiotu winno spełniać wiodącą rolę w przyswajaniu przez uczniów wiadomości i opanowywaniu umiejętności potrzebnych do ilościowego opisu i oceny stosunków i zjawisk oraz rozwijaniu wyobraźni przestrzennej. Powinno służyć uczeniu się definiowania pojęć, formułowania twierdzeń i przeprowadzania rozumowań logicznych oraz stosowania metod matematycznych w rozwiązywaniu zagadnień teoretycznych i praktycznych.

Oprócz celów ogólnych, różne profile liceum ogólnokształcącego i różne kierunki szkół zawodowych realizują specjalne cele kształcenia. Dlatego ogólnokształcące zadania nauczania matematyki mogą być realizowane w niejednakowym stopniu i w rozmaity sposób. W profilu podstawowym uwzględniono w równym stopniu poznawanie przez uczniów wiadomości teoretycznych i ćwiczenie zastosowań praktycznych. Program profilu matematyczno-fizycznego jest rozszerzeniem programu profilu podstawowego; zakłada się w nim zwiększenie i pogłębienie nauki teoretycznej. W profilu biologiczno-chemicznym i w technikach zawodowych duży nacisk kładzie się na zastosowania matematyki zgodnie z kierunkiem kształcenia. W technikach zawodowych nauczanie matematyki winno wspierać teoretyczną i praktyczną naukę zawodu poprzez dobór odpowiednich ćwiczeń i zadań matematycznych oraz korelację matematyki z przedmiotami zawodowymi. Szczególnie ważne są tutaj umiejętności posługiwania się liczbami, wyrażeniami algebraicznymi i trygonometrycznymi, równaniami i nierównościami oraz wektorami i funkcjami. W klasach o profilu humanistycznym i klasycznym główny nacisk kładzie się na ogólnopoznawcze wartości matematyki. Ważna rola przypada tu geometrii, której nauczanie winno służyć rozwijaniu wyobraźni przestrzennej, umiejętności formułowania i rozwiązywania problemów, precyzji wypowiedzi, a także posługiwania się rysunkiem i analogią. Natomiast w liceum zawodowym nauczanie matematyki winno mieć głównie charakter opisowy i ćwiczeniowy z niewielką liczbą dowodów, twierdzeń i możliwie jak największą liczbą ćwiczeń praktycznego stosowania matematyki w kształconej specjalności zawodowej. Szczególnie ważne jest tutaj opanowywanie przez uczniów umiejętności rachunkowych, rysunkowych i konstrukcyjnych.

W programie nie umieszczono działów ani tematów poświęconych wiadomościom z logiki i teorii mnogości. Zakłada się, że wiadomości te będą wprowadzane i stosowane w objętości niezbędnej do realizacji treści matematycznych i w powiązaniu z matematyką. W toku nauczania należy od początku zwracać uwagę na ścisłość wypowiedzi i stosowanie logicznych zasad formułowania i uzasadniania sądów, zwiększając stopniowo wymagania. Nie jest korzystne zbyt wczesne wprowadzanie wielu symboli logicznych i mnogościowych. Symbole takie należy wprowadzać stopniowo, kierując się potrzebami uproszczenia zapisów.

Przy opracowywaniu twierdzeń należy omawiać takie pojęcia, jak założenie, teza, twierdzenie odwrotne, dowód nie wprost, uogólnienie, przypadek szczególny. W dowodzeniu twierdzeń należy kierować się dedukcją lokalną, która przy dokładnym sprecyzowaniu lokalnie przyjętych założeń, zapewnia niezbędną w nauczaniu przejrzystość sądów. Z istotą teorii aksjomatycznej i odpowiednimi przykładami zaznajamia się uczniów ogólnie przy końcu nauczania, w ostatniej klasie.

Podczas rozwiązywania niektórych zadań korzystne jest stosowanie sposobów postępowania przyjętych w informatyce: formułowanie problemu, wybór metody rozwiązywania, tworzenie algorytmu i jego realizacja oraz stosowanie dostępnych narzędzi rachunku i urządzeń informatycznych.

We wszystkich klasach pierwszych nauczanie matematyki rozpoczyna się od usystematyzowania i pogłębienia wiadomości o liczbach rzeczywistych i ugrun-

towniania umiejętności posługiwania się liczbami. Należy tutaj dokładniej niż w szkole podstawowej sprecyzować pojęcie liczby niewymiernej i zbioru liczb rzeczywistych, dokonać systematyzującego przeglądu tych własności liczb i działań, które będą podstawą dalszej nauki oraz ugruntować umiejętności uczniów operowania liczbami i ich własnościami. Zaleca się opracowywać liczby rzeczywiste w połączeniu z ćwiczeniami polegającymi na przekształcaniu wyrażeń algebraicznych i obliczaniu ich wartości liczbowych. Dotyczy to szczególnie klas o profilu biologiczno-chemicznym oraz technikum i liceum zawodowego.

Ogólne pojęcie funkcji, funkcja liniowa wraz z wiadomościami o proporcjonalności prostej, proporcjonalność odwrotna — powinny być znane uczniom ze szkoły podstawowej. W szkole średniej należy te wiadomości przypomnieć i usystematyzować. Dalsze poznawanie przez uczniów funkcji, ich wykresów i własności należy prowadzić tak, aby funkcja była przez nich rozumiana jako przyporządkowanie elementom zbioru elementów tego samego lub innego zbioru.

Równania i nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą oraz układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi uczniowie powinni opanować w szkole podstawowej. W szkole średniej należy je potraktować z wyższego stanowiska. Przy rozważaniu wszelkich równań i nierówności oraz ich układów należy odwoływać się do interpretacji geometrycznej.

Tematykę geometryczną należy opracowywać tworząc uporządkowany system pojęć i twierdzeń geometrycznych oparty na wiadomościach poglądowych ze szkoły podstawowej. Pojęcia winny być ściśle definiowane a twierdzenia dowodzone. W przypadku pominięcia dowodu trzeba uczniów poinformować o tym.

Obecny program nie przewiduje również realizacji działu „geometria analityczna”. Zamiast tego zaleca się stosowanie metody analitycznej. W tym celu należy wykorzystać i pogłębić wiadomości ze szkoły podstawowej o prostokątnym układzie współrzędnych na płaszczyźnie. Następnie bazując na tej wiedzy należy zapoznać uczniów z różnymi równaniami prostej na płaszczyźnie oraz z równaniem okręgu i wykorzystać te równania do rozwiązywania różnych problemów zarówno z geometrii, jak i algebry. Nie przewiduje się rozwijania teorii krzywych stożkowych. Wystarczy ograniczyć się do przykładów równań hiperboli, paraboli i elipsy.

Niektóre zadania geometryczne rozwiązuje się o wiele prościej metodą analityczną niż syntetyczną. Do takich zadań należą między innymi zadania na poszukiwanie zbioru punktów o zadanych własnościach. Rozwiązując zagadnienia geometryczne należy dobierać metodę najprostszą, analityczną czy syntetyczną, co pozwoli na udowodnienie w krótszym czasie więcej twierdzeń.

Naukę elementów analizy matematycznej rozpoczynamy od pojęcia granicy funkcji w punkcie. Wydaje się, że dla profilu biologiczno-chemicznego i podstawowego przystępniejsza będzie definicja Heinego i do niej można się tylko ograniczyć. Definicję Cauchy'ego, jako znacznie trudniejszą, można omówić w niektórych klasach profilu matematyczno-fizycznego. Omawiając definicje innych rodzajów granic funkcji (granicy niewłaściwej, granicy w punkcie niewłaściwym) należy wykorzystać analogie między tymi pojęciami a pojęciem granicy funkcji w punkcie.

Funkcje ciągłe i ich własności omawiamy dokładniej w profilu matematyczno-fizycznym natomiast w pozostałych profilach ograniczamy się do osiągnięcia dobrego rozumienia samego pojęcia ciągłości. Celem nauczania elementów rachunku różniczkowego jest, między innymi, dostarczenie uczniom narzędzia do badania własności funkcji. Przy czym, w profilach niematematyczno-fizycznych badanie nie powinno być zbyt wyrafinowane. Wystarczy ograniczyć się do badania podstawowych własności takich, jak monotoniczność i istnienie ekstremów oraz do rozwiązywania zadań tekstowych wymagających zastosowania rachunku pochodnych.

Celem nauczania elementów rachunku prawdopodobieństwa jest przyswojenie przez młodzież zespołu elementarnych wiadomości i umiejętności pozwalających rozumieć zjawiska losowe i rozwiązywać zadania dotyczące takich zjawisk. Za punkt wyjścia można obrać doświadczalny fakt przybliżonej stałości względnej częstości zdarzeń. Wprowadzając pojęcie prawdopodobieństwa rozważamy tylko przypadek, gdy zbiór zdarzeń elementarnych jest skończony. Dla prostoty, we wszystkich klasach z wyjątkiem klas o profilu matematyczno-fizycznym, przykłady wnioskowań statystycznych ograniczamy do jednego tylko rozkładu — do rozkładu Bernoullego.

Naukę o bryłach i powierzchniach rozpoczynamy od zaznajomienia uczniów z niektórymi rodzajami wielościanów i brył obrotowych. Nie wprowadzamy ogólnego pojęcia wielościanu ani tym bardziej ogólnego pojęcia bryły, natomiast za pomocą odpowiednich zabiegów dydaktycznych kształtujemy intuicyjne rozumienie tych pojęć. Rozumienie to wzmacniamy poprzez rozwiązywanie odpowiednio dobranych zadań, w tym zadań z wykorzystaniem metody analitycznej (ograniczonej do możliwie prostych przypadków).

Następnym etapem realizacji tych zagadnień jest obliczanie pól powierzchni i objętości omawianych wcześniej wielościanów i brył obrotowych. W profilu matematyczno-fizycznym można pokusić się o udowodnienie niektórych wzorów na objętość, natomiast w innych profilach argumentacja powinna być mniej formalna, za to bardziej pogładowa.

Ważną rolę w przyswajaniu wiadomości i opanowywaniu umiejętności matematycznych odgrywają zadania. Dlatego zaleca się przeznaczać na nie wiele czasu. Rozwiązywanie zadań służy nie tylko ćwiczeniu sprawności rachunkowych, ale również wzbogacaniu, pogłębianiu i utrwalaniu wiadomości teoretycznych oraz poznawaniu zastosowań matematyki w rozmaitych dziedzinach. W dużej mierze poprzez zadania realizuje się korelacja matematyki z innymi przedmiotami ogólnokształcącymi i zawodowymi. Zadania należy tak dobrać aby przy ich rozwiązywaniu uczeń stopniowo miał coraz więcej okazji stosować wiadomości z różnych działów matematyki. Należy przy tym wymagać od młodzieży uzasadnienia wykonywanych operacji przez powoływanie się na poznane twierdzenia i wdrażać do ścisłego stosowania określeń. Poprzez dobór odpowiednich zadań należy uwypuklać kierunki i uwzględniać potrzeby kształcenia matematycznego w poszczególnych profilach liceum ogólnokształcącego i w różnych specjalnościach zawodowych.

Uczniowie rozwiązują zadania na lekcji i w domu. Praca domowa nie może ograniczać się tylko do utrwalania wiadomości i umiejętności. Zadania domowe

powinny wprowadzać pewne wzbogacenie treści opracowanych w klasie i stawiać ucznia w nowej sytuacji problemowej. Pożądane jest przy tym uwzględnianie indywidualnych zainteresowań uczniów.

Program zakłada uczenie się młodzieży głównie z podręcznika pod kierunkiem nauczyciela. W nauczaniu matematyki trzeba wykorzystywać podręcznik, jako ważny środek dydaktyczny. Powinien on służyć nie tylko jako zbiór zadań. Trzeba uczyć młodzież studiować w podręczniku tekst matematyczny, poznawać z niego definicje, twierdzenia i dowody oraz przykładowe rozwiązania zadań. Należy poza tym uczyć korzystania z różnych źródeł wiedzy, przede wszystkim ze słowników matematycznych, encyklopedii, poradników, tablic i innych opracowań podręcznych, a także z literatury popularnonaukowej, która znajduje się w bibliotece szkolnej i bibliotece rejonowej.

Uczenie się matematyki z podręcznika i innych opracowań dobrze jest czasem połączyć z przygotowaniem i wygłoszeniem w klasie, przez ucznia lub grupę uczniów, krótkiego referatu oraz dyskusją. Przygotowanie referatu i przygotowanie się do dyskusji na dany temat może być zadaniem domowym. W ten sposób młodzież ucząc się matematyki uczy się także przygotowywania, wygłaszania i słuchania referatów oraz uczestniczenia w dyskusji.

W liceum ogólnokształcącym w profilu podstawowym w kl. III i IV są zajęcia fakultatywne po 2 godziny tygodniowo w każdej klasie. Treści zajęć fakultatywnych w grupie matematyczno-fizycznej są dobrane w taki sposób, żeby umożliwić uczniom z klas o profilu podstawowym zainteresowanym naukami ścisłymi, poszerzenie, pogłębienie wiedzy z matematyki, fizyki i astronomii, przybliżające do wymagań w klasach o profilu matematyczno-fizycznym. Tematyka obowiązkowa z matematyki jest w dwóch działach 1 i 2. Pozostałe działy są nadobowiązkowe. Tematy obowiązkowe może nauczyciel realizować w klasie III i IV, przeznaczając pozostały czas na tematy nadobowiązkowe lub powtórzenie i pogłębienie wcześniej przerobionych tematów.

Przy planowaniu i przygotowywaniu lekcji należy kierować się podanym niżej orientacyjnym przydziałem godzin lekcyjnych na poszczególne działy programu. W klasach, w których następuje przerwa w nauczaniu matematyki z powodu uczniowskich praktyk zawodowych należy realizować cały program w ciągu odpowiednio mniejszej liczby godzin.

ORIENTACYJNY PRZYDZIAŁ GODZIN LEKCYJNYCH

Profil podstawowy, profil biologiczno-chemiczny i pedagogiczny

KLASA I

1. Liczby rzeczywiste	20
2. Funkcje i ich własności	25
3. Układy równań liniowych	15

4. Funkcje trygonometryczne	20
5. Figury geometryczne	18
6. Przekształcenia geometryczne i własności figur	15
7. Jednokładność i podobieństwo	16
Godziny do dyspozycji nauczyciela	23

KLASA II

1. Funkcje kwadratowe	25
2. Wielomiany	20
3. Funkcje wymierne	20
4. Ciągi	25
5. Własności miarowe figur	22
6. Figury geometryczne w przestrzeni	10
Godziny do dyspozycji nauczyciela	30

KLASA III

1. Granica, ciągłość i pochodna funkcji	30
2. Funkcje trygonometryczne	30
3. Funkcje potęgowe, wykładnicze i logarytmiczne	20
4. Bryły i powierzchnie	15
5. Zastosowania rachunku pochodnych*	30
Godziny do dyspozycji nauczyciela	19

KLASA IV

1. Rachunek prawdopodobieństwa	25
2. Zastosowania rachunku pochodnych**	30
3. Pola powierzchni i objętości	25
Godziny do dyspozycji nauczyciela	32

Profil matematyczno-fizyczny

KLASA I

1. Liczby rzeczywiste	20
2. Funkcje i ich własności	25
3. Układy równań liniowych	15
4. Funkcje trygonometryczne	20
5. Figury geometryczne	18
6. Przekształcenia geometryczne i własności figur	15
7. Jednokładność i podobieństwo	16
Godziny do dyspozycji nauczyciela	23

* Dotyczy tylko profilu biologiczno-chemicznego

** W profilu biologiczno-chemicznym w kl. III

KLASA II

1. Funkcje kwadratowe	25
2. Wielomiany	20
3. Funkcje wymierne	20
4. Ciągi	30
5. Własności miarowe figur	25
6. Figury geometryczne w przestrzeni	10
Godziny do dyspozycji nauczyciela	22

KLASA III

1. Funkcje trygonometryczne	25
2. Granica, ciągłość i pochodna funkcji	32
3. Funkcje potęgowe, wykładnicze i logarytmiczne	25
4. Rachunek prawdopodobieństwa	40
5. Bryły i powierzchnie	25
Godziny do dyspozycji nauczyciela	43

KLASA IV

1. Zastosowania rachunku pochodnych	45
2. Całka nieoznaczona i całka oznaczona	30
3. Pola powierzchni i objętości	35
Godziny do dyspozycji nauczyciela	58

Profil humanistyczny i profil klasyczny

KLASA I

1. Liczby rzeczywiste	20
2. Funkcje i ich własności	25
3. Układy równań liniowych	15
4. Funkcje trygonometryczne	20
5. Figury geometryczne	18
6. Przekształcenia geometryczne i własności figur	15
7. Jednokładność i podobieństwo	16
Godziny do dyspozycji nauczyciela	23

KLASA II

1. Funkcje kwadratowe	18
2. Wielomiany	20
3. Związki miarowe na płaszczyźnie	20
Godziny do dyspozycji nauczyciela	218

KLASA III

1. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne	18
2. Ciągi liczbowe	25

3. Figury geometryczne w przestrzeni	20
Godziny do dyspozycji nauczyciela	18

KLASA IV

1. Rachunek prawdopodobieństwa	16
2. Pola i objętości	20
Godziny do dyspozycji nauczyciela	20

Technikum

KLASA I

1. Liczby rzeczywiste	20
2. Funkcje i ich własności	25
3. Układy równań liniowych	15
4. Funkcje trygonometryczne	20
5. Figury geometryczne	18
6. Przekształcenia geometryczne i własności figur	15
7. Jednokładność i podobieństwo	16
Godziny do dyspozycji nauczyciela	23

KLASA II

1. Funkcje kwadratowe	25
2. Wielomiany	20
3. Funkcje wymierne	20
4. Ciągi	25
5. Własności miarowe figur	22
6. Figury geometryczne w przestrzeni	10
Godziny do dyspozycji nauczyciela	30

KLASA III

1. Granica, ciągłość i pochodna funkcji	30
2. Funkcje trygonometryczne	30
3. Funkcje potęgowe, wykładnicze i logarytmiczne	20
4. Bryły i powierzchnie	15
Godziny do dyspozycji nauczyciela	19

KLASA IV

1. Rachunek prawdopodobieństwa	20
2. Zastosowania rachunku pochodnych	16
3. Pola powierzchni i objętości	25
Godziny do dyspozycji nauczyciela	15

KLASA V

1. Zastosowania rachunku pochodnych	21
Godziny do dyspozycji nauczyciela	35

Liceum zawodowe pięcioletnie

KLASA I

1. Liczby rzeczywiste	30
2. Figury geometryczne na płaszczyźnie	30
Godziny do dyspozycji nauczyciela	16

KLASA II

1. Funkcje	10
2. Równania i nierówności	20
3. Podobieństwo figur	16
4. Funkcje trygonometryczne	20
Godziny do dyspozycji nauczyciela	10

KLASA III

1. Funkcje kwadratowe	20
2. Wielomiany	20
3. Związki miarowe na płaszczyźnie	25
Godziny do dyspozycji nauczyciela	11

KLASA IV

1. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne	18
2. Ciągi liczbowe	25
3. Figury geometryczne w przestrzeni	20
Godziny do dyspozycji nauczyciela	13

KLASA V

1. Rachunek prawdopodobieństwa	20
2. Pola i objętości	20
Godziny do dyspozycji nauczyciela	16

Liceum zawodowe czteroletnie

KLASA I

1. Liczby rzeczywiste	30
2. Funkcje	10
3. Równania i nierówności	20
4. Figury geometryczne na płaszczyźnie	35
Godziny do dyspozycji nauczyciela	19

KLASA II

1. Funkcje kwadratowe	20
2. Wielomiany	20
3. Podobieństwo figur	18
4. Funkcje trygonometryczne	20

5. Związki miarowe na płaszczyźnie	25
Godziny do dyspozycji nauczyciela	11

KLASA III

1. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne	18
2. Ciągi liczbowe	25
3. Figury geometryczne w przestrzeni	20
Godziny do dyspozycji nauczyciela	13

KLASA IV

1. Rachunek prawdopodobieństwa	20
2. Pola i objętości	20
Godziny do dyspozycji nauczyciela	16

Technikum na podbudowie zasadniczej szkoły zawodowej

KLASA I

1. Funkcje wymierne	20
2. Ciągi liczbowe	25
3. Funkcje potęgowe, wykładnicze i logarytmiczne	20
4. Przekształcenia geometryczne i własności figur	25
Godziny do dyspozycji nauczyciela	19

KLASA II

1. Granica, ciągłość i pochodna funkcji	30
2. Funkcje trygonometryczne	24
3. Bryły i powierzchnie	15
4. Rachunek prawdopodobieństwa	25
Godziny do dyspozycji nauczyciela	20

KLASA III

1. Zastosowania rachunku pochodnych	20
2. Pola powierzchni i objętości	20
Godziny do dyspozycji nauczyciela	16

PROPOZYCJE TEMATÓW NADOBOWIĄZKOWYCH

KLASA I

1. Profil podstawowy, biologiczno-chemiczny, pedagogiczny, matematyczno-fizyczny, humanistyczny i technikum
 - a) Kresy. Ciągłość zbioru liczb rzeczywistych.
 - b) Przybliżenie i jego dokładność. Przykłady jego algorytmów.
 - c) Relacje równoważności

2. Liceum zawodowe czteroletnie i pięcioletnie

- a) Zbiory ograniczone i ich kresy. Ciągłość zbioru liczb rzeczywistych.
- b) Przybliżenie i jego dokładność. Błąd i jego oszacowanie. Przykłady algorytmów.
- c) Nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi oraz ich interpretacja geometryczna. Inne przykłady funkcji.

3. Technikum na podbudowie ZSZ

- a) Podzielność wielomianów. Twierdzenie Bezout.
- b) Przykłady granicy w nieskończoności i granicy niewłaściwej funkcji w punkcie.
- c) Zasada indukcji zupełnej i proste przykłady jej stosowania.
- d) Elementy kombinatoryki. Dwumian Newtona. Trójkąt Pascala.
- e) Twierdzenie o trzech ciągach. Zbieżność ciągu ograniczonego i monotonicznego.
- f) Relacje równoważności.

KLASA II

1. Profil podstawowy, biologiczno-chemiczny, pedagogiczny i technikum

- a) Równanie elipsy. Twierdzenie Bezout.
- b) Przykłady granicy w nieskończoności i granicy niewłaściwej w punkcie.
- c) Elementy kombinatoryki. Dwumian Newtona. Trójkąt Pascala. Twierdzenie o trzech ciągach.

2. Profil matematyczno-fizyczny

- a) Przykłady granic funkcji w nieskończoności i granicy niewłaściwej w punkcie.
- b) Izometrie i podobieństwa przestrzeni

Przesunięcie, symetria płaszczyznowa, płaszczyzna symetrii figury. Symetria osiowa, oś symetrii figury. Symetria środkowa, środek symetrii figury. Obrót. Przykłady innych izometrii. Figury przystające. Przykłady składania i rozkładania izometrii przestrzennych. Podobieństwo. Analogie i różnice między przekształceniami płaszczyzny i przekształceniami przestrzeni.

3. Liceum czteroletnie i pięcioletnie

Przykłady równań algebraicznych stopnia wyższego niż drugi. Proste przykłady równań trygonometrycznych.

4. Technikum na podbudowie ZSZ

Druga pochodna i jej zastosowania. Twierdzenie Eulera.

KLASA III

1. Profil podstawowy, biologiczno-chemiczny, pedagogiczny, i technikum

Druga pochodna i jej zastosowania. Twierdzenie Eulera.

2. Profil matematyczno-fizyczny

- a) Niezależność zmiennych losowych. Prawo wielkich liczb Czebyszewa. Informacja o rozkładach ciągłych, rozkład normalny. Przykłady wielościanów półforemnych i innych.

b) Liczby zespolone

Liczba zespolona. Ciało liczb zespolonych. Interpretacja geometryczna liczb zespolonych. Postać trygonometryczna liczby zespolonej; moduł i argument. Wzór Moivre'a. Liczby zespolone o module 1. Pierwiastki z równań: $x^3 = 1$, $x^4 = 1$, $x^5 = 1$. Pierwiastki równania kwadratowego. Przykłady innych równań w dziedzinie zespolonej. Zastosowanie liczb zespolonych w geometrii; w szczególności do opisu przekształceń płaszczyzny.

3. Liceum czteroletnie i pięcioletnie (klasa IV)

- a) Proste przykłady równań wykładniczych i równań logarytmicznych.
- b) Zasada indukcji zupełnej i przykłady jej zastosowania.
- c) Przykłady innych wielościanów. Wielościany foremne. Przekroje płaskie brył.

KLASA IV

1. Profil podstawowy, biologiczno-chemiczny, pedagogiczny i technikum (klasa V)

- a) Funkcja pierwotna.
- b) Wybrane wiadomości z podstaw matematyki.

Informacja o teoriach aksjomatycznych. Aksjomaty, twierdzenia, dowody. Model teorii aksjomatycznej. Informacja o aksjomatyce Peano. Teoria grup, jako przykład teorii aksjomatycznej mającej wiele modeli. Geometria euklidesowa i geometria nieeuklidesowa; rys historyczny.

2. Profil matematyczno-fizyczny

- a) Funkcje cyklometryczne i ich pochodne.
- b) Całkowanie przez części. Całkowanie przez podstawienie. Całka jako funkcja granicy całkowania i jej pochodna.
- c) Proste przykłady równań różniczkowych.
- d) Wybrane wiadomości z podstaw matematyki.

Informacja o teoriach aksjomatycznych. Aksjomaty, twierdzenia, dowody. Model teorii aksjomatycznej. Informacja o aksjomatyce Peano. Teoria grup, jako przykład teorii aksjomatycznej mającej wiele modeli. Geometria euklidesowa i geometria nieeuklidesowa; rys historyczny.

3. Profil humanistyczny

Wybrane zagadnienia z historii matematyki.

Historyczny rozwój jednej z głównych dziedzin matematyki: geometria, algebra, rachunek prawdopodobieństwa lub arytmetyka z teorią liczb. Informacja o metodzie aksjomatycznej.

LICEUM OGÓLNOKSZTAŁCĄCE
ZAJĘCIA FAKULTATYWNE
TEMATY NADOBOWIĄZKOWE

Proste przykłady równań różniczkowych i ich zastosowań w fizyce.

Liczby zespolone.

Liczba zespolona. Ciało liczb zespolonych. Interpretacja geometryczna liczb zespolonych. Postać trygonometryczna liczby zespolonej; moduł i argument. Wzór Moivre'a. Liczby zespolone o module 1. Pierwiastki równań: $x^3 = 1$, $x^4 = 1$, $x^5 = 1$. Pierwiastki równania kwadratowego. Przykłady innych równań w dziedzinie zespolonej. Zastosowanie liczb zespolonych w geometrii, w szczególności do opisu niektórych przekształceń płaszczyzny.

Krzywe stożkowe

Przekroje płaskie stożka obrotowego. Krzywe stożkowe i ich równania. Właściwości krzywych stożkowych; biegun, biegunowa, styczna, asymptoty, środek, średnice; oś, ogniska, kierownice.

Rachunek prawdopodobieństwa ze statystyką

Zmienna losowa. Rozkład zmiennej losowej, wartość oczekiwana, wariancja, odchylenie standardowe. Niezależność zmiennych losowych. Prawo wielkich liczb Czebyszewa. Informacja o rozkładach ciągłych, rozkład normalny. Przykłady zastosowania rachunku prawdopodobieństwa i statystyki w fizyce i astronomii.



© Copyright by
Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne
Warszawa 1994